第18講　不定積分，定積分

PART1　不定積分

要点 ①　不定積分

関数 $f(x)$ に対して，微分すると $f(x)$ となる関数を，関数 $f(x)$ の「　　　　」(または「原始関数」)という。

例　$(x^3)'=$　　，$(x^3+1)'=$　　，$(x^3-2)'=$　　より

x^3，x^3+1，x^3-2 は，いずれも　　の不定積分である。

$f(x)$ の不定積分は無数にあり，その違いは「　　　　」だけである。例えば，$3x^2$ の不定積分は x^3　　(　は定数)と表すことができる。

関数 $f(x)$ の不定積分の 1 つを $F(x)$ とすると，任意の不定積分は

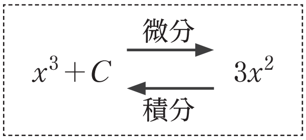
$F(x)$　　(　は定数)

とまとめて表すことができ，これを記号「　　　　」(インテグラル・エフエックス・ディーエックス)と表す。

> **不定積分**
>
> $F'(x)=f(x)$ のとき
>
> $$\int f(x)dx=F(x)+C \quad (C \text{ は定数})$$

関数 $f(x)$ の不定積分を求めることを，$f(x)$ を「　　　　」といい，上記の定数 C を「　　　　」という。

以降は特に断りのない限り，C は積分定数を表すものとする。



例　$(x^3+C)'=3x^2$　より　$\int 3x^2\,dx=x^3+C$

[MEMO]

1 x^2 を微分すると $\left(x^2\right)' = 2x$ である。この式の両辺を 2 で割ることにより

$$\frac{1}{2}(x^2)' = x \quad \text{すなわち} \quad \left(\frac{1}{2}x^2\right)' = x$$

であることがわかる。したがって

$$\int x dx = \frac{1}{2}x^2 + C \quad (C\text{ は積分定数})$$

と表すことができる。

同様に，x^3，x をそれぞれ微分した結果を用いて，次の不定積分を求めよ。

(1) $\int x^2 dx$　　(2) $\int 1 dx$

Point Pickup

不定積分

$F'(x) = f(x)$ のとき

$$\int f(x)dx = F(x) + C \quad (C\text{ は積分定数})$$

微分すると $f(x)$ になる関数の 1 つを $F(x)$ とすると，$F(x)$ と定数部分が異なる関数 $F(x)+C$ は，C に関わらず微分すると $f(x)$ となる。

$F(x)+C$ をまとめて $\int f(x)dx$ と表す。

第 18 講　PART1 確認問題

1　$(x^4)' =$ ア であるから，$\left(\boxed{\text{イ}}\right)' = x^3$ である。したがって

$$\int x^3\,dx = \boxed{\text{ウ}} + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

① $3x^2$　　② $4x^3$

③ $3x^4$　　④ $\frac{1}{4}x^4$

2　$(x)' =$ エ であるから，$\left(\boxed{\text{オ}}\right)' = 2$ である。したがって

$$\int 2dx = \boxed{\text{カ}} + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

① 1　　② 2

③ $2x$　　④ $\frac{1}{2}x$

第18講　不定積分，定積分

PART1　不定積分

1　x^2 を微分すると $(x^2)' = 2x$ である。この式の両辺を 2 で割ることにより

$$\frac{1}{2}(x^2)' = x \quad \text{すなわち} \quad \left(\frac{1}{2}x^2\right)' = x$$

であることがわかる。したがって

$$\int x dx = \frac{1}{2}x^2 + C \quad (C\text{ は積分定数})$$

と表すことができる。

同様に，x^3，x をそれぞれ微分した結果を用いて，次の不定積分を求めよ。

(1)　$\displaystyle\int x^2 dx$　　　(2)　$\displaystyle\int 1 dx$

[解答]

(1)　$(x^3)' = 3x^2$　より　$\left(\frac{1}{3}x^3\right)' = x^2$

よって　$\displaystyle\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + C$　（C は積分定数）

(2)　$(x)' = 1$　より　$\displaystyle\int 1 dx = x + C$　（C は積分定数）

第18講 PART1 確認問題 解答

1 **[正解]** ア：②，イ：④，ウ：④

[解説]

$(x^4)' = 4x^3$　より　$\left(\frac{1}{4}x^4\right)' = x^3$

よって

$$\int x^3\,dx = \frac{1}{4}x^4 + C \quad (C\text{ は積分定数})$$ [A]

[A]　不定積分
$F'(x) = f(x)$ のとき
$$\int f(x)dx = F(x) + C$$
（C は積分定数）

2 **[正解]** エ：①，オ：③，カ：③

[解説]

$(x)' = 1$　より　$(2x)' = 2$

よって

$$\int 2dx = 2x + C \quad (C\text{ は積分定数})$$ [B]

[B]　不定積分
$F'(x) = f(x)$ のとき
$$\int f(x)dx = F(x) + C$$
（C は積分定数）